

*Расчет и обоснование тарифов по страхованию жизни детей
с условием выплаты временной страховой ренты
ООО «ЖАСО-ЛАЙФ».*

Исходными данными для расчета тарифов являются таблицы смертности (для мужчин и женщин отдельно) для ООО «ЖАСО-ЛАЙФ». Таблицы приведены в Приложении.

Согласно Правилам страхования страховыми случаями признаются следующие события:

1) дожитие застрахованного лица (ребенка) до сроков, установленных договором страхования для выплаты временной страховой ренты (риск «дожитие застрахованного до сроков выплаты страховой ренты»).

2) смерть застрахованного лица (ребенка) в период действия договора по любой причине, за исключением случаев, предусмотренных п. 4.4. настоящих Правил (риск «смерть застрахованного лица»).

3) дожитие застрахованного лица (ребенка) до совершеннолетия или до установленной даты окончания действия договора страхования, если действие договора заканчивается до достижения застрахованным восемнадцатилетнего возраста (риск «дожитие застрахованного лица»).

4) временная утрата трудоспособности застрахованным лицом (ребенком) в период действия договора страхования (до наступления совершеннолетия) в результате:

- травмы, полученной в результате несчастного случая;
- отравления ядовитыми веществами, недоброкачественными пищевыми продуктами (за исключением ботулизма и сальмонеллеза), промышленными, или бытовыми химическими веществами, лекарственными препаратами (за исключением прописанных по назначению врача);
- заболевания клещевым энцефалитом, энцефаломиелитом или полиомиелитом (риск «временная нетрудоспособность»).

5) установление застрахованному лицу категории «ребенок-инвалид» (до наступления совершеннолетия) или соответствующей группы инвалидности.

В случае смерти страхователя до окончания срока оплаты полиса страховщик несет ответственность по страховым выплатам по рискам п.1-3 в полном объеме.

Для выполнения обязательств страховщика по рискам страхования жизни необходимо сформировать три фонда:

- 1) фонд, предназначенный для осуществления выплат ренты;
- 2) фонд для осуществления страховой выплаты в случае смерти застрахованного до окончания срока действия договора;
- 3) фонд для осуществления страховой выплаты при дожитии застрахованного до окончания срока действия договора;

Ниже приведены формулы для стоимости этих фондов и расчета страховых тарифов (см., например, С.W. Jordan. Life contingencies. The Society of Actuaries. Chicago. Illinois, 2003)

Расчет страховых тарифов по временной нетрудоспособности и риску «ребенок-инвалид» производится по методике рискованных видов страхования (см. пп. 5,6).

1. Фонд, предназначенный для выплаты ренты.

Для обеспечения выплаты ренты в период действия договора страхования необходимо создать соответствующий фонд из страховых взносов. Рента выплачивается p раз в год в размере $1/p$ годовой суммы выплат *в начале* каждого периода продолжительностью в $1/p$ часть года (рента *пренумерандо*) в течение периода выплат. Согласно Правилам страхования рента начинает выплачиваться только после полной оплаты полиса страхования. Между окончанием периода уплаты страховой премии и началом периода выплаты страховой ренты может быть выжидательный период продолжительностью w лет.

При единовременной оплате полиса для ренты пренумерандо с единичной суммой выплат за год, выплачиваемой p раз в год, величина соответствующего фонда на момент начала страхования равна текущей стоимости всех выплат ренты:

$$l_x \cdot {}_w| \ddot{a}_{x:n-w}^{(p)} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{r=p \cdot w}^{p \cdot n - 1} v^{r/p} \cdot l_{x+r/p}$$

где x - возраст застрахованного в момент заключения договора, l_x - число доживших до возраста x . Величина единовременного нетто-взноса на одного застрахованного в возрасте x равна актуарной текущей стоимости отсроченной на w лет стандартной ренты пренумерандо:

$${}_w| \ddot{a}_{x:n-w}^{(p)} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{r=p \cdot w}^{p \cdot n - 1} v^{r/p} \cdot \frac{l_{x+r/p}}{l_x} \quad (1)$$

С хорошей степенью точности формула (1) описывается с помощью коммутационных функций следующим выражением (C.W. Jordan. Life contingencies. The Society of Actuaries. Chicago. Illinois, 2003):

$${}_{w|}\ddot{a}_{x:\overline{n-w}|}^{(p)} = A_{x:\overline{w}|}^1 \cdot \ddot{a}_{x+w:\overline{n-w}|}^{(p)} = \frac{1}{D_x} \cdot [(N_{x+w} - N_{x+n}) - \frac{p-1}{2p} \cdot (D_{x+w} - D_{x+n})]$$

где $D_x = v^x \cdot l_x$, $v=1/(1+i)$ - годовой дисконтный множитель, i - годовая норма доходности, гарантируемая страховщиком (технический процент)

$$A_{x:\overline{w}|}^1 = \frac{l_{x+w}}{l_x} \cdot v^w = \frac{D_{x+w}}{D_x}$$

- актуарный дисконтный множитель.

$$N_x = \sum_{k=x}^{\omega} D_k$$

где ω - предельный возраст таблиц смертности.

При оплате полиса *в рассрочку* период оплаты полиса составляет m лет; тогда отсрочка начала выплаты ренты равна $m+w$ лет, а период выплат ренты равен $n-m-w$ лет, соответственно. В случае, если w не равно целому числу лет, тогда актуарная текущая стоимость такой отсроченной на $m+w$ лет ренты пренумерандо равна:

$${}_{m+w|}\ddot{a}_{x:\overline{n-m-w}|}^{(p)} = v^{w-[w]} \cdot \frac{1}{v^p} \cdot \sum_{r=p-[m+w]}^{p-[n]-1} v^{r/p} \cdot \frac{l_{x+w-[w]+r/p}}{l_x}, \quad (2)$$

где $n = m + w + h$; m (период оплаты договора страхования), h (период выплаты ренты).

2. Фонд для осуществления страховой выплаты в случае смерти застрахованного в период действия договора.

Величина суммарного единовременного нетто-взноса с единичной страховой суммы равна текущей стоимости страховых выплат, осуществляемых непосредственно после смерти застрахованного:

$$l_x \cdot \overline{A}_{x:\overline{n}|}^{-1} = \frac{i}{\ln(1+i)} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} d_{x+t} \cdot v^t$$

где $d_x = l_x - l_{x+1}$ - число умерших в возрасте x лет. Тогда актуарная текущая стоимость выплат по смерти с единичной страховой суммой равна:

$$\overline{A}_{x:\overline{n}|}^{-1} = \frac{i}{\ln(1+i)} \cdot \frac{M_{x+n} - M_x}{D_x} \quad (3)$$

$$M_x = \sum_{t=0}^{\omega} v^{x+t+1} \cdot d_{x+t}$$

3. Фонд для выплат по дожитию.

Текущая стоимость всех выплат по дожитию до срока n лет для застрахованных в возрасте x , со страховой суммы, равной 1, равна:

$$l_x \cdot A_{x:n}^1 = l_{x+n} \cdot v^n$$

Отсюда актуарная текущая стоимость единичной выплаты по дожитию равна:

$$A_{x:n}^1 = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot v^n = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (4)$$

4. Расчет страховых тарифов по рискам страхования жизни

Страховой тариф определяется как годовая сумма взносов (или единовременный взнос) с единицы страховой суммы.

При определении страхового тарифа применяется метод переменных комиссионных. Будем считать, что издержки приобретения (комиссионные) оплачиваются переменной рентой, административные расходы производятся равномерно в течение всего срока действия договора (n лет), расходы по сбору платежей - в течение периода уплаты взносов (m лет). Уравнение для определения размера ежегодной брутто-премии с единичной страховой суммы имеет вид баланса: ожидаемая текущая стоимость страховой брутто-премии равна сумме ожидаемых текущих стоимостей страховых выплат и издержек на момент начала договора (см., например, В.Б.Кутуков. Основы финансовой и страховой математики. - М.: Дело, 1998; с.200-202):

$$A_x + P_b \cdot \sum_{k=0}^{m-1} \frac{l_{y+k}}{l_y} \cdot v^k \cdot f_k + \gamma \cdot \bar{a}_{x:n} + \beta \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{y:m} = P_b \cdot \ddot{a}_{y:m} \quad (5)$$

y – возраст страхователя, x – возраст застрахованного (ребенка).

1. Актуарная текущая стоимость выплат по соответствующему виду риска A_x , см. формулы (2) – (4).

2. Издержки приобретения (комиссионные): $P_b \cdot \sum_{k=0}^{m-1} \frac{l_{y+k}}{l_y} \cdot v^k \cdot f_k$ - переменная рента комиссионных платежей страховому агенту, f_k - доля агентских комиссионных для k -го года оплаты договора страхования.

Издержки определяются в долях брутто-премии f_k в соответствии со структурой тарифной ставки.

$$f_m^\alpha = \frac{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{l_{y+k}}{l_y} \cdot v^k \cdot f_k}{\ddot{a}_{y:\overline{m}|}}$$

f_m^α – уровень комиссионного вознаграждения (уровень цельмеризации), соответствующий сроку оплаты m , равный отношению актуарных текущих стоимостей комиссионных сборов и брутто-премии.

3. Расходы по сбору платежей: $\beta \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{y:\overline{m}|}$. Издержки определяются в долях брутто-премии β в соответствии со структурой тарифной ставки.

4. Административные издержки: $\gamma \cdot \bar{a}_{x:\overline{m}|}$. Предполагается, что административные издержки равномерно распределены в течение всего срока действия договора. В целях расчета страхового тарифа издержки определяются в долях брутто-премии f^γ в соответствии со структурой тарифной ставки.

$$f^\gamma \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{y:\overline{m}|} = \gamma \cdot \bar{a}_{x:\overline{m}|}$$

Представим выражение (5) в следующем виде:

$$A_x + P_b \cdot f_m^\alpha \cdot \ddot{a}_{y:\overline{m}|} + f^\gamma \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{y:\overline{m}|} + \beta \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{y:\overline{m}|} = P_b \cdot \ddot{a}_{y:\overline{m}|} \quad (6)$$

Выразим из уравнения (6) ежегодный брутто-взнос:

$$P_b = \frac{A_x}{\ddot{a}_{y:\overline{m}|} \cdot (1 - f_m^\alpha - f^\gamma - \beta)} = \frac{A_x}{\ddot{a}_{y:\overline{m}|} \cdot (1 - f_m)}, \quad (7)$$

где $f_m = f_m^\alpha + f^\gamma + \beta$ – нагрузка в структуре тарифной ставки (см. Структура тарифных ставок по страхованию жизни детей с условием выплаты временной страховой ренты).

Годовая страховая нетто-премия по каждому риску определяется как частное от деления величины единовременного взноса на коэффициент рассрочки $\ddot{a}_{y:\overline{m}|}^{(q)}$:

$$P_n = P_b \cdot (1 - f_m) = \frac{A_x}{\ddot{a}_{y:\overline{m}|}^{(q)}} \quad (8)$$

$$\ddot{a}_{y:\overline{m}|}^{(q)} = \frac{1}{q} \cdot \sum_{k=0}^{m-1} v^{k/q} \cdot \frac{l_{y+k}}{l_y} - \text{актуарная текущая стоимость стандартной страховой}$$

ренты взносов, уплачиваемой q раз в год в начале очередного периода продолжитель-

ностью $1/q$ года (рента пренумерандо) в размере $1/q$ части их годовой суммы в течение периода уплаты взносов m .

Величина актуарной текущей стоимости выплат A_x для каждого риска определяется формулами (2) – (4).

Для единичной страховой суммы имеем:

1. По страхованию ренты

$$P_n = \frac{m+w \ddot{a}_{x:n-m-w}^{(p)}}{\ddot{a}_{y:m}^{(q)}} \quad (9)$$

2. По страхованию на случай смерти

$$P_n = \frac{\bar{A}_{x:m}^1}{\ddot{a}_{y:m}^{(q)}} \quad (10)$$

3. По страхованию на дожитие

$$P_n = \frac{A_{x:m}^1}{\ddot{a}_{y:m}^{(q)}} \quad (11)$$

Для единичной страховой суммы при единовременной уплате премии:

$$P_n = \frac{A_x}{(1-f)} \quad (12)$$

5. Расчет тарифа по риску временной утраты трудоспособности

Расчет тарифной ставки по страхованию временной нетрудоспособности детей производился по методике II Росстрахнадзора.

Исходными данными для расчета являются значения убыточности (отношение суммы выплат к совокупной страховой сумме) за 5 лет по данным страховых компаний группы “ЖАСО”.

Значения убыточности (в процентах) по риску «*Временная нетрудоспособность детей*» за последние 5 лет приведены в таблице 1.

Таблица 1

2002	2003	2004	2005	2006	2007
0,35	0,31	0,36	0,34	0,34	0,37

Для прогноза убыточности используется модель линейного тренда, согласно которой фактические данные по убыточности страховой суммы выравниваются на основе линейного уравнения:

$$\bar{y}_i = a_0 + a_1 \cdot i \quad (13)$$

где \bar{y}_i - выровненный показатель убыточности за i -ый год; i - порядковый номер соответствующего года, a_0, a_1 - параметры линейного тренда. Параметры линейного тренда определяются методом наименьших квадратов, решением системы уравнений с двумя неизвестными.

Подставляя найденные параметры в уравнение (13), определим выровненную убыточность \bar{y}_i по годам:

2002	2003	2004	2005	2006	2007	2009
0,333	0,338	0,343	0,347	0,352	0,357	0,368

Основная часть нетто-ставки равна ожидаемой убыточности на 2009 г. $\bar{y}_{2009} = 0,368\%$.

Для определения рискованной надбавки необходимо рассчитать среднеквадратическое отклонение фактических значений убыточности от выровненных значений по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - y_i)^2}{n-1}} = 0,019$$

Нетто-ставка рассчитывается по формуле:

$$T_n = \bar{y}_{2009} + \beta(\gamma, n) \cdot \sigma$$

где $\beta(\gamma, n)$ - коэффициент, величина которого зависит от заданной гарантии безопасности β (вероятности превышения нетто-взносов над выплатами) и числа анализируемых лет n . Величина коэффициента $\beta(\gamma, n)$ находится из таблицы, которая для $n=5$ имеет вид:

γ	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99
β	1,184	1,984	2,850	3,854	5,500

Принимая гарантию безопасности равной $\gamma=0,9$ получим $\beta=1,98$;

$$T_n = 0,367 + 1,98 \cdot 0,019 = 0,41\%.$$

Брутто-ставка определяется по формуле:

$$T_b = T_n / (1 - f) = 0,68\%$$

где f - относительная величина нагрузки ($f = 0,4$) в структуре брутто-ставки.

В случае, если период уплаты взносов m меньше срока действия договора страхования n , годовая тарифная ставка рассчитывается по формуле:

$$T_b = \frac{n}{m} \cdot \frac{T_n}{(1 - f)} \quad (14)$$

6. Расчет тарифов по риску инвалидности.

Согласно Правилам страхования при наступлении инвалидности застрахованному присваивается категория «ребенок-инвалид», если его возраст не превышает 18 лет. Величина страховой выплаты при этом составляет 100 % от страховой суммы. Размер годовой нетто-ставки по детской инвалидности (категория «ребенок-инвалид») составляет 0,0558% и (см. расчет и обоснование тарифов по страхованию от несчастных случаев и болезней).

Если на момент страхового случая возраст застрахованного превышает 18 лет, то присваивается одна из трех групп инвалидности. По 1 группе инвалидности размер страховой выплаты составляет 100% от страховой суммы, по 2 группе инвалидности – 80%, по 3 группе – 50% от страховой суммы. Среднее значение выплаты с единицы страховой суммы на один страховой случай, исходом которого явилась инвалидность, равно (см. расчет и обоснование тарифов по страхованию от несчастных случаев и болезней):

$$\bar{b} = (1 \cdot 0,113 + 0,8 \cdot 0,639 + 0,5 \cdot 0,248) = 0,7482 \quad (74,8\%)$$

Годовая нетто-ставка по инвалидности составляет 0,0492%.

Тогда стоимость выплат по инвалидности за весь срок страхования на единицу страховой суммы равна(%):

$$A = \left\{ \begin{array}{l} 0,0558 \cdot n; \quad n \leq 18 - x \\ 0,0492 \cdot (18 - x) + 0,0558 \cdot (n + x - 18); \quad n > 18 - x \end{array} \right\} \quad (15)$$

Годовая нетто-ставка по инвалидности составляет: $T = \frac{A}{m}$.

Приложение

Таблица 1. Таблица смертности для расчета тарифов и резервов ООО «ЖАСО-ЛАЙФ».

Возраст x (полное число исполнившихся лет)	Мужчины		Женщины	
	Число доживших до возраста x лет l _x	Число умерших dx в возрасте x лет	Число доживших до возраста x лет l _x	Число умерших dx в возрасте x лет
0	100000	2240	100000	1622
1	97760	214	98378	183
2	97546	114	98195	93
3	97432	81	98102	57
4	97351	74	98045	53
5	97277	69	97992	46
6	97208	67	97946	38
7	97141	70	97908	37
8	97071	68	97871	33
9	97003	61	97838	30
10	96942	55	97808	29
11	96887	51	97779	29
12	96836	51	97750	29
13	96785	57	97721	31
14	96728	65	97690	33
15	96663	78	97657	37
16	96585	96	97620	46
17	96489	120	97574	51
18	96369	154	97523	58
19	96215	165	97465	58
20	96050	176	97407	60
21	95874	196	97347	56
22	95678	204	97291	58
23	95474	212	97233	57
24	95262	220	97176	60
25	95042	229	97116	64
26	94813	236	97052	68
27	94577	247	96984	65
28	94330	261	96919	76
29	94069	275	96843	77
30	93794	284	96766	78
31	93510	289	96688	87
32	93221	301	96601	93
33	92920	322	96508	100
34	92598	342	96408	108
35	92256	362	96300	119
36	91894	375	96181	122
37	91519	397	96059	130
38	91122	402	95929	138
39	90720	428	95791	146
40	90292	454	95645	162
41	89838	501	95483	178
42	89337	568	95305	207
43	88769	593	95098	220
44	88176	618	94878	232

45	87558	684	94646	254
46	86874	750	94392	277
47	86124	836	94115	305
48	85288	906	93810	338
49	84382	973	93472	350
50	83409	1040	93122	416
51	82369	1092	92706	443
52	81277	1178	92263	480
53	80099	1222	91783	516
54	78877	1326	91267	563
55	77551	1419	90704	624
56	76132	1517	90080	697
57	74615	1620	89383	726
58	72995	1734	88657	778
59	71261	1838	87879	878
60	69423	1901	87001	935
61	67522	1973	86066	1025
62	65549	2089	85041	1140
63	63460	2134	83901	1257
64	61326	2212	82644	1365
65	59114	2298	81279	1496
66	56816	2377	79783	1614
67	54439	2442	78169	1695
68	51997	2503	76474	1818
69	49494	2574	74656	1941
70	46920	2650	72715	2104
71	44270	2731	70611	2315
72	41539	2793	68296	2556
73	38746	2817	65740	2703
74	35929	2780	63037	2843
75	33149	2734	60194	3076
76	30415	2685	57118	3255
77	27730	2642	53863	3371
78	25088	2573	50492	3511
79	22515	2514	46981	3629
80	20001	2385	43352	3692
81	17616	2256	39660	3765
82	15360	2152	35895	3803
83	13208	2030	32092	3760
84	11178	1799	28332	3629
85	9379	1608	24703	3434
86	7771	1477	21269	3250
87	6294	1283	18019	3048
88	5011	1096	14971	2720
89	3915	918	12251	2392
90	2997	716	9859	2054
91	2281	553	7805	1664
92	1728	449	6141	1359
93	1279	349	4782	1101
94	930	263	3681	888
95	667	200	2793	753
96	467	147	2040	582
97	320	105	1458	439

98	215	74	1019	324
99	141	50	695	232
100	91	34	463	162
101	57	22	301	111
102	35	14	190	73
103	21	9	117	47
104	12	5	70	30
105	7	3	40	18
106	4	2	22	11
107	2	1	11	6
108	1	0	5	3
109	1	1	2	2
110+	0	0	0	2

И.о. Генерального директора

Кудряшова Н.В.

